Применение определённого интеграла. Примеры применения интеграла в физике и геометрии

Цель: познакомиться с применением определенного интеграла в различных предметных областях.

Задачи урока:

Решаем геометрические задачи с помощью определённого интеграла.

1. Вычисляем объём тела многогранников с помощью интеграла.
2. Вычисление объемов фигур вращения помощью определенного интеграла.

Решаем физические и геометрические задачи с помощью определённого интеграла

1. Вычислите объём тела с помощью определенного интеграла, если известно площадь сечения.
2. Вычисление массы стержня.
3. Вычисление работы силы.

интегральное исчисление

неопределенный интеграл (первообразная)

И.Ньютон

определенный интеграл (площадь криволинейной фигуры)

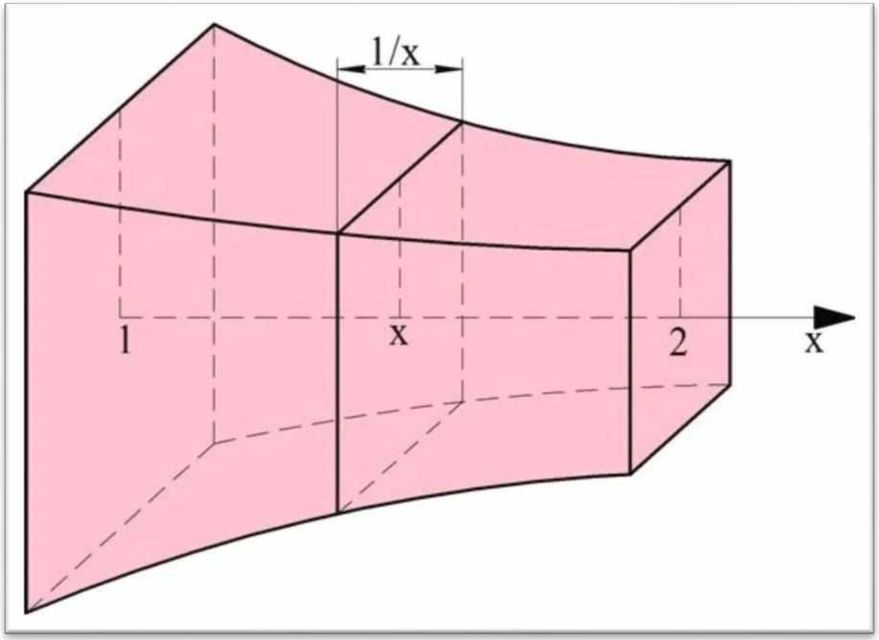
Г.Лейбниц

$$S=\int_a^b f(x)dx=F\left(x\right)\Big|_a^b=F(b)-F(a)$$

Исаак Ньютон
(1643-1727)

Лейбниц Готфрид Вильгельм
(1646-1716)

Вычисляем объём тела многогранников с помощью интеграла.



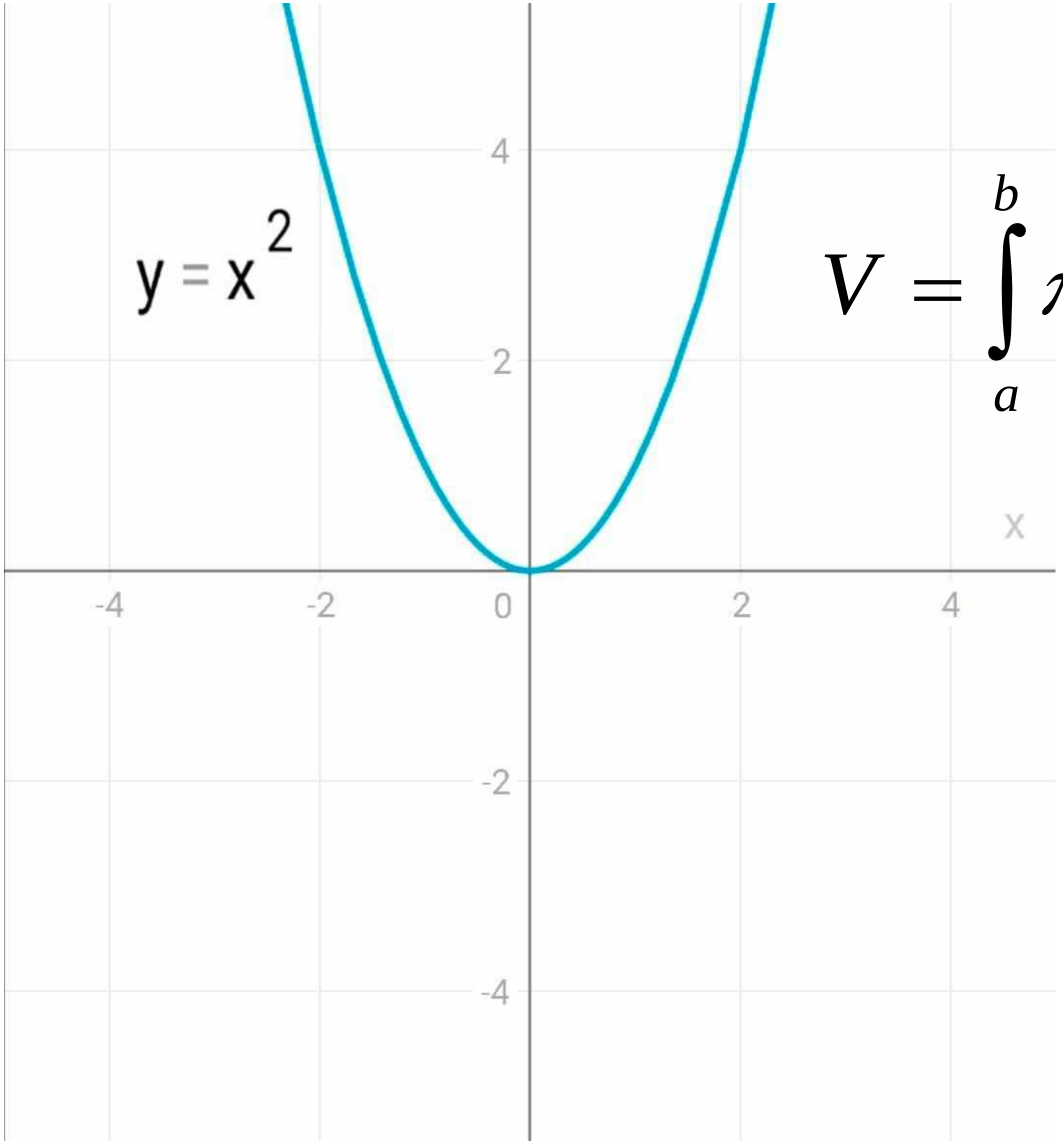
Каждое сечение фигуры с координатой x является квадратом, причем его сторона равна величине $\frac{1}{x}$. Найдите объем тела.

Решение:

Основная формула: $$V = \int_a^b S(x)dx$$

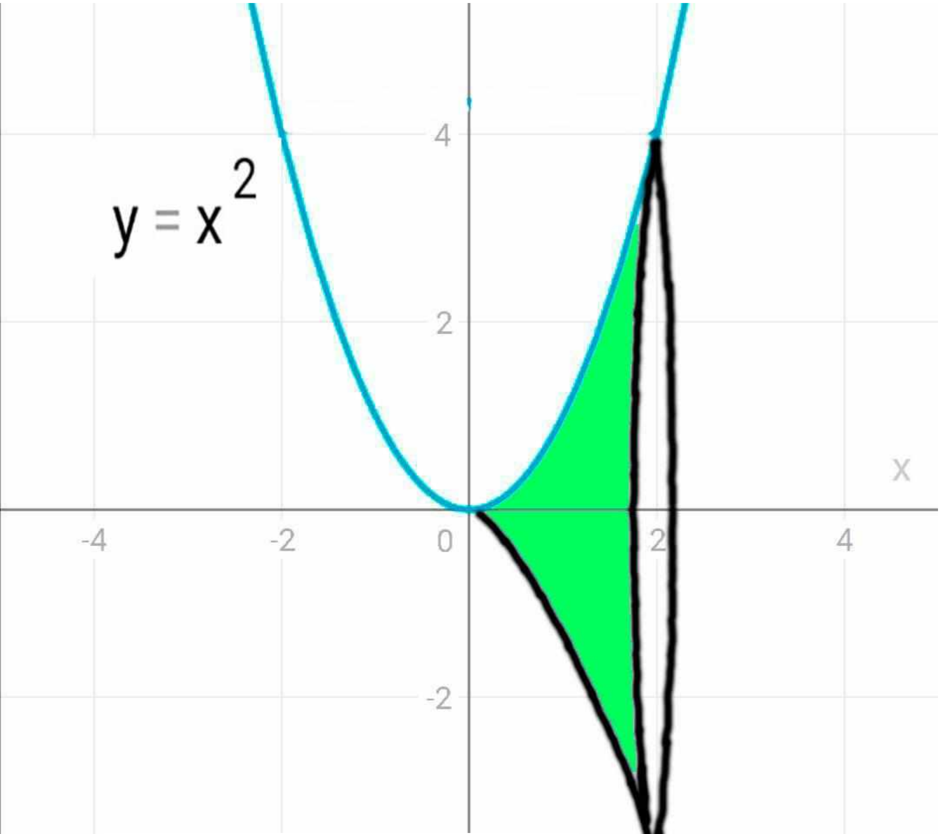
$$S(x) = \left(\frac{1}{x}\right)^2 = \frac{1}{x^2} = x^{-2}$$, тогда $$V = \int_1^2 x^{-2}dx = -x^{-1}\Big|_1^2 = \left(-2^{-1}\right) - \left(-1^1\right) = -\frac{1}{2} + 1 = \frac{1}{2} \text{(куб.ед.)}$$

Вычисление объемов фигур вращения помощью определенного интеграла.

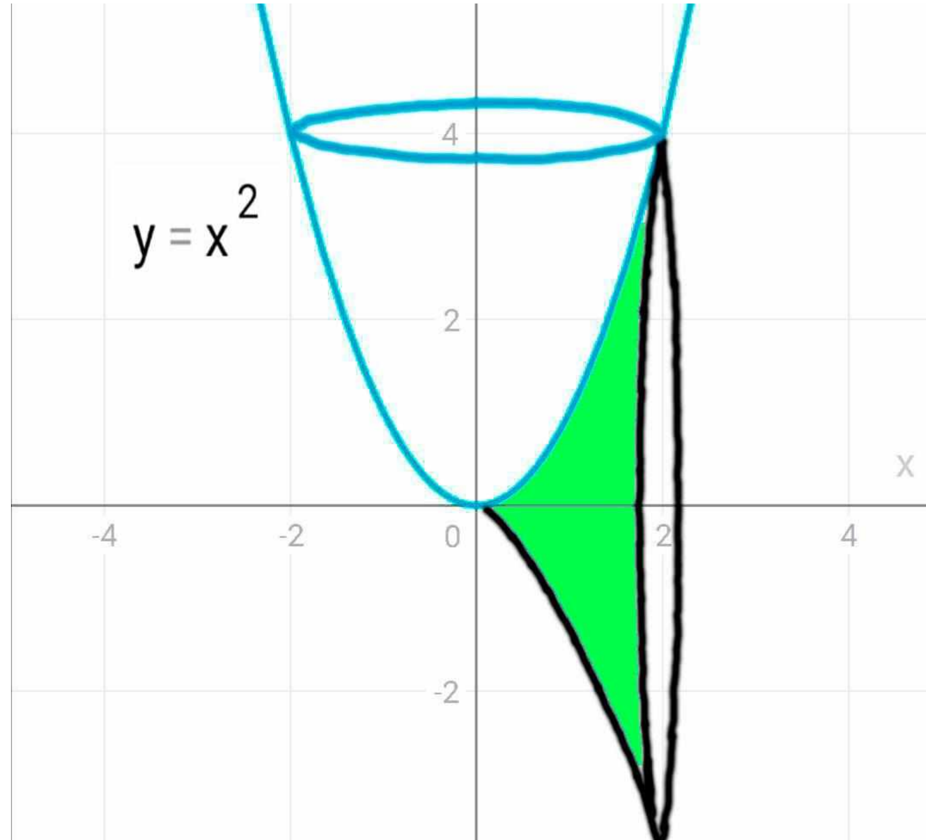


$$V = \int_a^b \pi f^2(x)dx$$

Вычисление объемов фигур вращения помощью определенного интеграла.



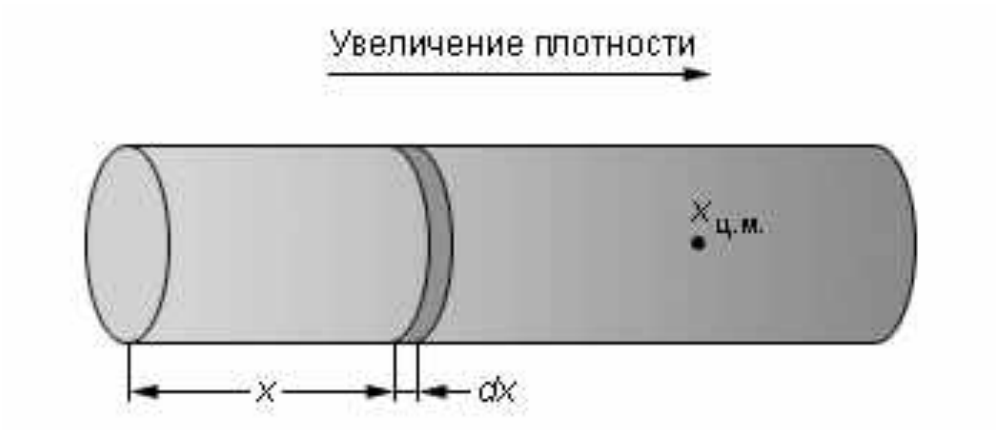
$$V_y = \pi \int_c^d x^2 dy. \quad (2)$$



$$V_x = \pi \int_a^b y^2 dx. \quad (1)$$

Величины	Вычисление производной	Вычисление интеграла
s – перемещение, – , A – ускорение	= a(t) = ′	$s = \int_{t_1}^{t_2} \upsilon(t)dt$ $\upsilon = \int_{t_1}^{t_2} a(t)dt$
A - работа, F – сила, N - мощность	F(x) = A'(x) N(t) = A'(t)	$A = \int_{x_1}^{x_2} F(x)dx$ $A = \int_{t_1}^{t_2} N(t)dt$
m – масса тонкого стержня, - линейная плотность	(x) = m'(x)	$m = \int_{x_1}^{x_2} \rho(x)dx$
q – электрический заряд, I –сила тока	I(t) = q′(t)	$q = \int_{t_1}^{t_2} J(t)dt$
Q – количество теплоты c - теплоемкость	c(t) = Q'(t)	$Q = \int_{t_1}^{t_2} c(t)dt$

Масса стержня



$$m = \int_a^b \rho(x)dx$$